**4-2配方法與公式解**

**一、配方法**

|  |
| --- |
| 例題1 利用平方根解方程式(1) $x^{2}=9$ (2) $(x-5)^{2}=9 $ (3) $x^{2}=-9$(4) $(x-5)^{2}=7$ (5) $(3x-1)^{2}=8$ |

類1-1) a. $x^{2}=9$ b. $(2x-5)^{2}=49 $ c. $x^{2}+4=0$

類1-2) a. $(x+3)^{2}=5$ b. $(2x-7)^{2}-4=8$

|  |
| --- |
| 例題2 配方配上一個數字使整個式子可以變成一個完全平方式(1) $x^{2}+8x+口$ (2) $x^{2}-5x+口$ (3) $x^{2}-\frac{4}{3}x+口$ |

類2-1) a. $x^{2}-12x+口$ b. $x^{2}+9x+口 $ c. $x^{2}+\frac{1}{4}x+口$

類2-2) 若$x^{2}+mx+49可配成完全平方式，則m=？$

|  |
| --- |
| 例題3 配方法解方程式 (1) $x^{2}-6x-3=0$ (2) $x^{2}+8x+3=0$ (3) $2x^{2}+5x+1=0$ (4) $-\frac{1}{3}x^{2}+2x-\frac{1}{2}=0$ |

類3-1) a. $x^{2}+4x+1=0$ b. $x^{2}-4x+5=0 $ c. $x^{2}-3x+1=0$

類3-2) a. $3x^{2}-6x+2=0$ b. $-\frac{1}{4}x^{2}-\frac{3}{4}x=\frac{1}{3} $ c. $\frac{1}{3}x^{2}+\frac{1}{6}x-\frac{2}{3}=0$

 d. $-\frac{1}{4}x^{2}-\frac{1}{2}x=-1$ e. $4x^{2}=5(2x-1)$ f. $3-x=\frac{x^{2}+1}{4}$

|  |
| --- |
| 例題4解一元二次方程式$x^{2}-2x-899=0$  |

類4-1) a. $x^{2}+4x-396=0$ b.$ x^{2}-2x-1023=0$

c. $x^{2}+12x-1260=0$

|  |
| --- |
| 例題5 **無**(實數)**解**解一元二次方程式$x^{2}-2x+6=0$  |

類5-1) 解方程式 $x^{2}+25=-6x$

|  |
| --- |
| 例題6 若方程式$x^{2}-12x+p=0$可配方成$(x-6)^{2}=4$的形式，求p值 |

類6-1) 若方程式$x^{2}-12x+p=0可配方成(x-4)^{2}=1$的形式，求p

類6-2) a. 若 $x=3\pm \sqrt{5}為x^{2}+mx+n=0的解，求m、n$

 b. 若$x=\frac{3+\sqrt{5}}{4}$為$x^{2}+ax+b=0的一解，求2a+b=？$

**二、一元二次方程式的公式解**

1. 一元二次方程式$ax^{2}+bx+c=0$的解為 $x=\frac{-b\pm \sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}$

2. 公式解中的$ b^{2}-4ac $稱為判別式：

 (1) 當判別式$b^{2}-4ac>0$，此方程式有兩相異實根

 (2) 當判別式$b^{2}-4ac=0，$此方程式有兩重根

 (3) 當判別式$b^{2}-4ac<0$，此方程式無(實數)解

【說明】 $ax^{2}+bx+c=0$ $(先討論a>0的狀況)$

|  |
| --- |
| 例題7 公式解解一元二次方程式利用公式解求下列方程式的解(1) $x^{2}+3x-28=0$ (2) $3x^{2}-2x=4$ |
| 例題8 無解與重根的狀況利用公式解求下列方程式的解(1) $x^{2}+3x+4=0$ (2) $9x^{2}+6x=1$ |

類8-1) a. $x^{2}+2x-4=0$ b. $4x^{2}+8x+5=0$ c. $2x^{2}+6x=3$

 d.$ 4x^{2}-11x+6=0$ e. $3(x+2)^{2}=2(5x+7)$

類8-2) a. $4x^{2}-4x+1=0$ b. $x\left(5x+4\right)=\left(x+1\right)(x-1)$

 c. $-5x^{2}+10x-1=0$

|  |
| --- |
| 例題9 利用公式解求 $-\frac{3}{2}x^{2}+\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}=0$的解 |

類9-1) a. $\frac{1}{2}x^{2}+\frac{1}{6}x-1=0$ b. $-\frac{2}{3}x^{2}-\frac{1}{3}x+3=0$

類9-2) $3x^{2}+2x-1=0之兩根α、β，則點\left(αβ，\frac{1}{α}+\frac{1}{β}\right) 在第幾象限$

類9-4) 若$a、b都是正數，\frac{a}{b}=\frac{b}{a-b}，求a∶b的比值$

類9-5) 已知$b^{2}-ac>0$

 a. 利用配方法解$ax^{2}+2bx+c=0$

 b. 利用公式解解$ax^{2}+2bx+c=0$

類9-6) $若x^{2}-8x+p=0可以配成\left(x-q\right)^{2}=9，求p+q$

|  |
| --- |
| 例題10 若一元二次方程式$x^{2}+ax+9=0有重根，求a$ |

類10-1) 若一元二次方程式$3x^{2}+ax+12=0有重根，求a$

類10-2) a. 若一元二次方程式$x^{2}-x-a=0沒有解，求a的範圍$

 $ $ b. 若一元二次方程式$x^{2}-x-a=0有解，求a的範圍$

類10-3) 若$\left(k-5\right) x^{2}-6x+3=0有兩相異根，求k的最大的整數$值

類10-4) (有空在寫) 解$x\left|x-1\right|+4\left|x\right|-1=0$

類10-5) 若 $x^{2}+3x+1=0$ 的兩根為$α、β$，且方程式$2x^{2}-ax+b=$

 $0的兩根為α-1、β-1$，試求$a、b$