



透視

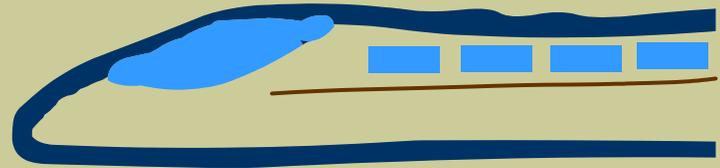
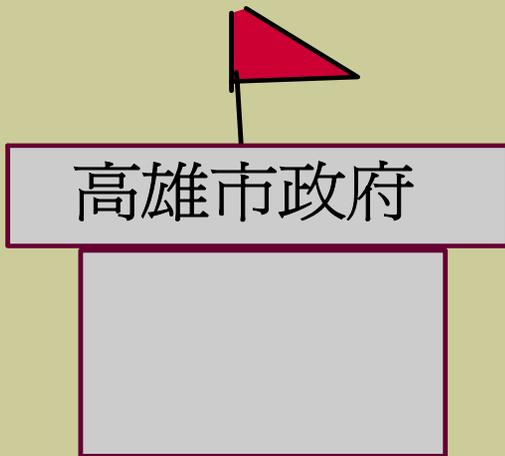
三角形的內心外心重心

台中市立居仁國民中學

李美瑤

# 高鐵要通車了

高雄市政府欲將高鐵站設置在左營區，又希望能使高鐵站的位置與捷運站和蓮池潭距離相等，工程師們正在測量距離 . . .

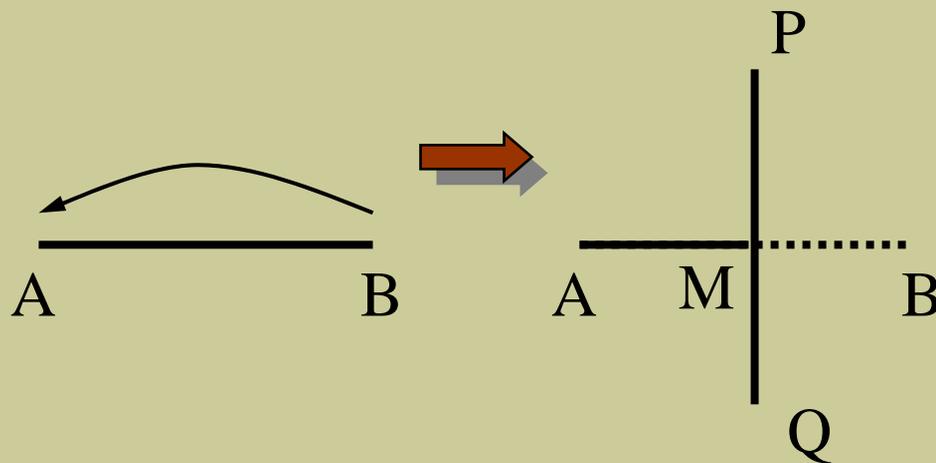


只要找到捷運站與蓮池潭兩地點連線的**中垂線**，  
就知道「高鐵站」設置在左營區的所在地了



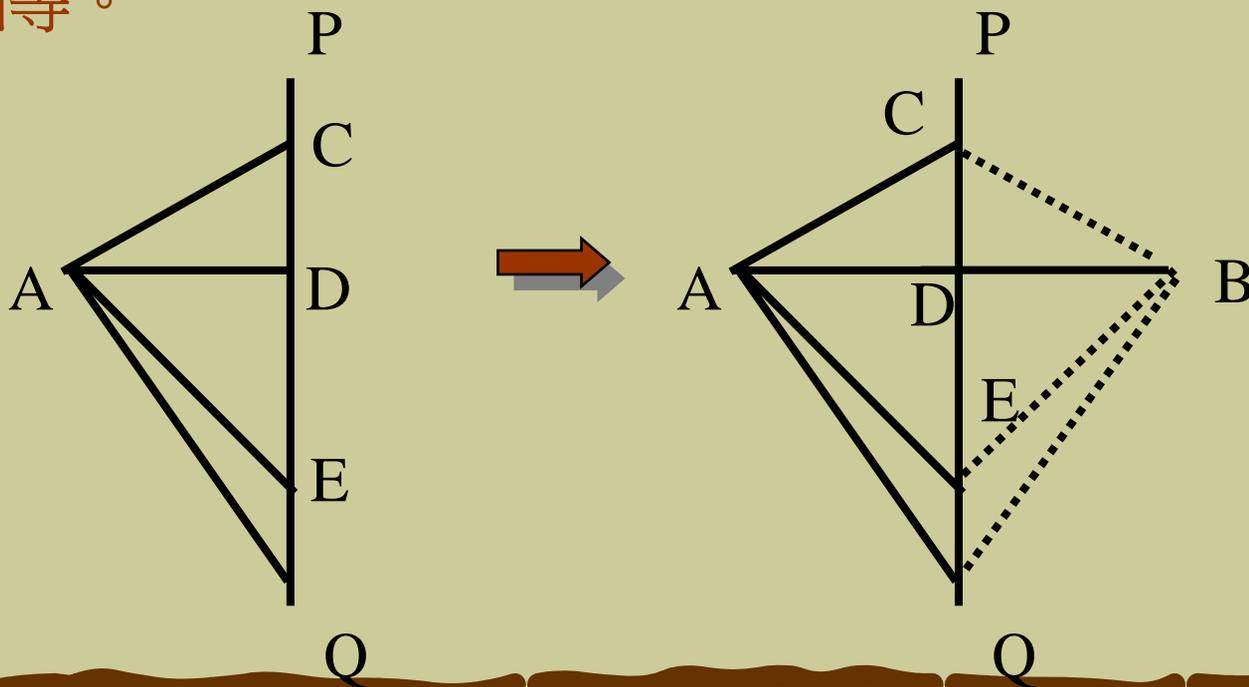
# 中垂線

將紙中的線段 $\overline{AB}$ 對摺，摺痕 $\overline{PQ}$ 即為 $\overline{AB}$ 的垂直平分線或中垂線，此時 $AM = MB$ ， $M$ 為 $\overline{AB}$ 中點且 $\overline{PM}$ 平分 $\overline{AB}$

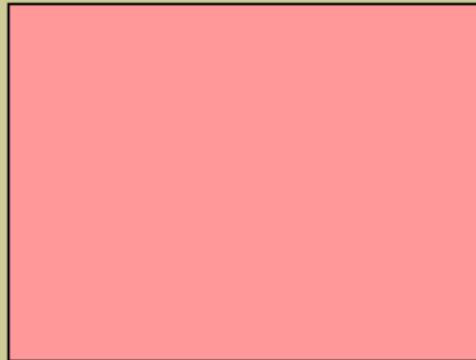


# 中垂線性質

在對摺好的  $\overline{PQ}$  線段上任取三點  $C$ 、 $D$ 、 $E$ ，分別與  $A$ 、 $B$  兩端點作連線，打開後會發現  $\overline{AC}=\overline{BC}$ 、 $\overline{AD}=\overline{BD}$ 、 $\overline{AE}=\overline{BE}$ ，中垂線上任一點到線段的兩端點距離相等。

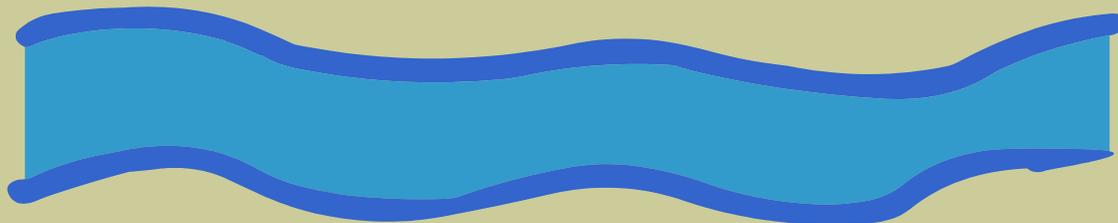
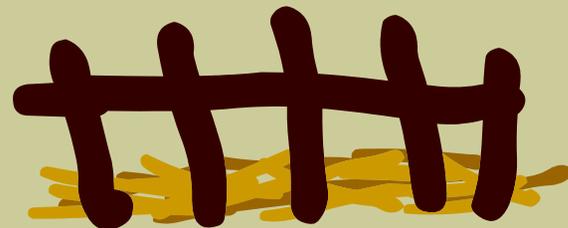


# 摺紙示範

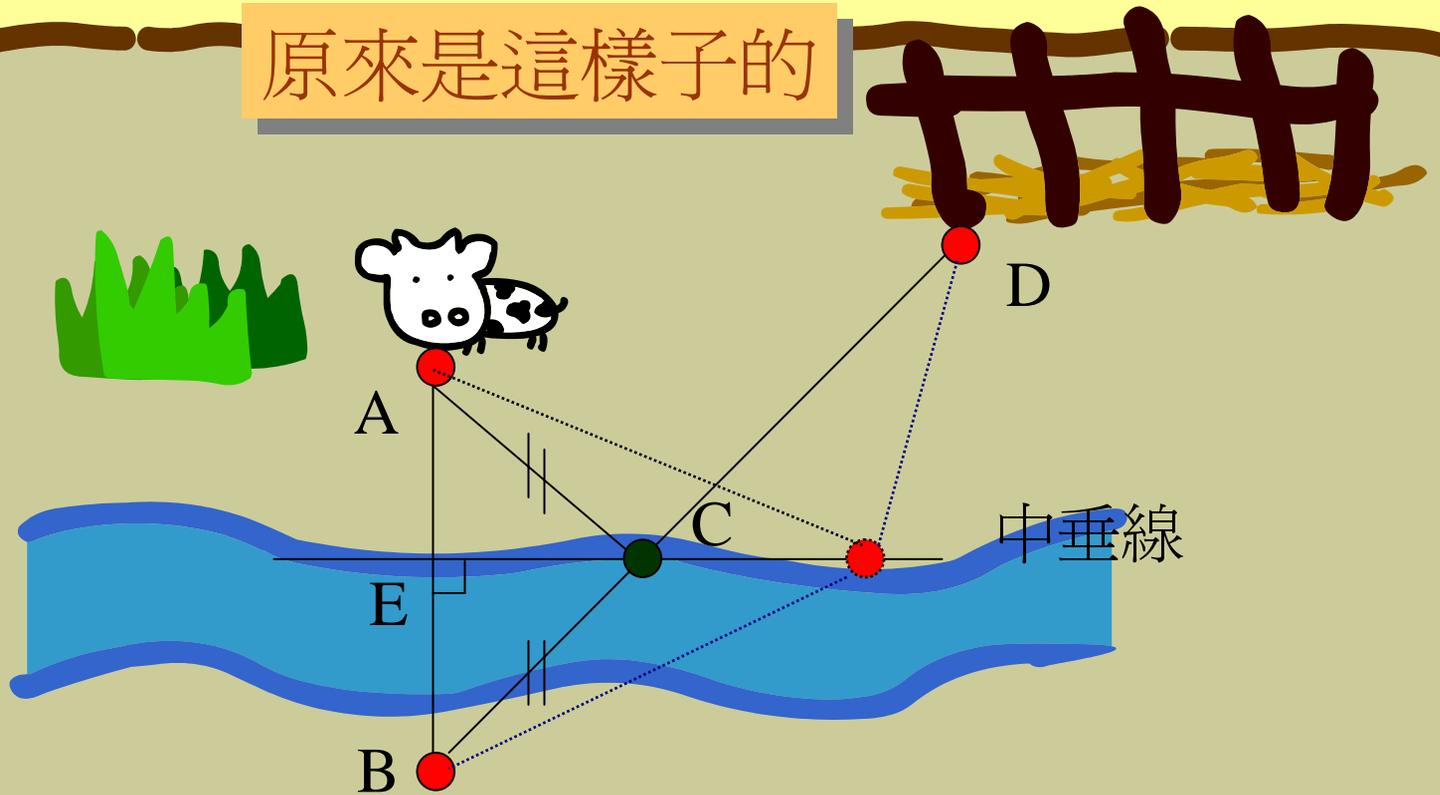


## 動動腦

牛吃草，渴了想喝水，走到河邊喝水又得走回柵欄裡，牠正在傷腦筋如何以最短距離，喝完水再回家，你能幫牠想想辦法嗎？



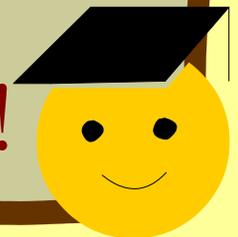
# 原來是這樣子的



取一點  $B$ ，使之與  $A$  點到河流等距離，作  $CE$  垂直  $AB$ ，則  $CE$  為  $AB$  的中垂線，而  $AC = BC$ ， $AC + CD$  等於  $BC + CD$ ，而  $BD$  即為最短距離。

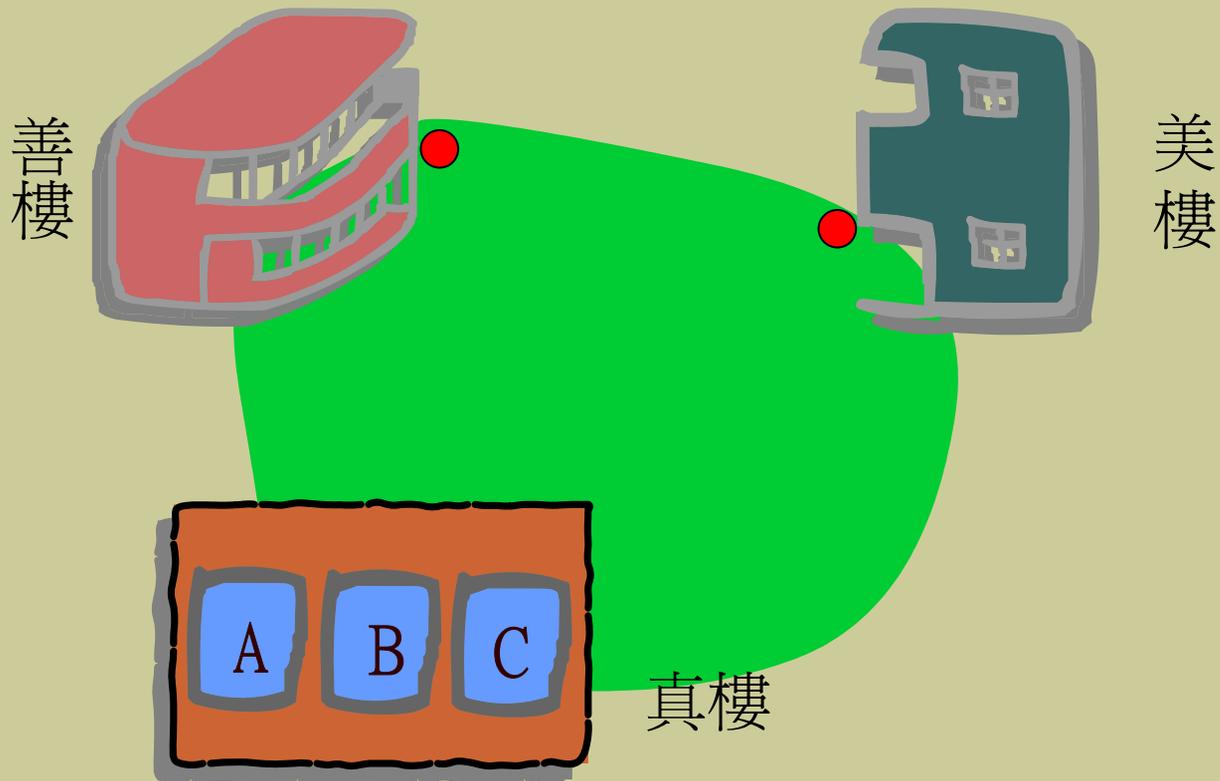
因為三角形兩邊和大於第三邊

YA 我懂了！



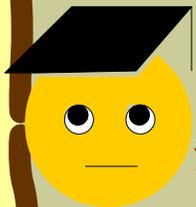
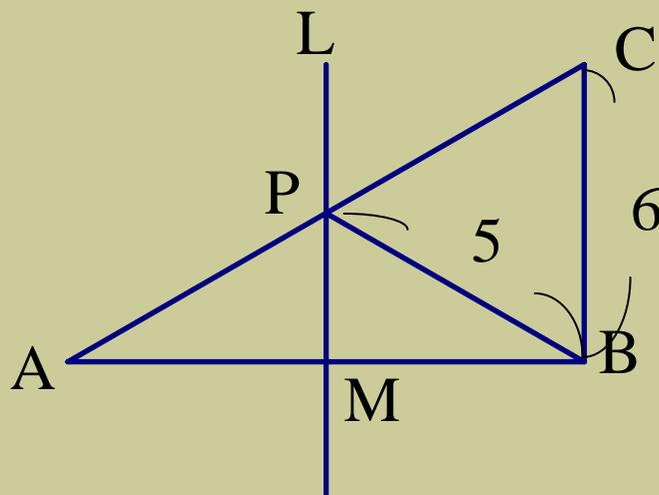
## 再想一想

學校的福利社要搬家了，爲了節省小朋友下課的時間，學校決定將福利社搬到真樓的一樓教室，可是又要與善樓和美樓的距離相等，它應該搬到真樓的哪一間教室呢？



## 馬上動手

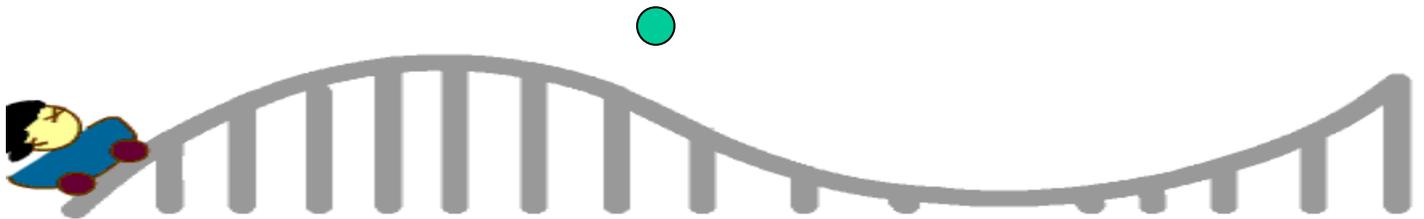
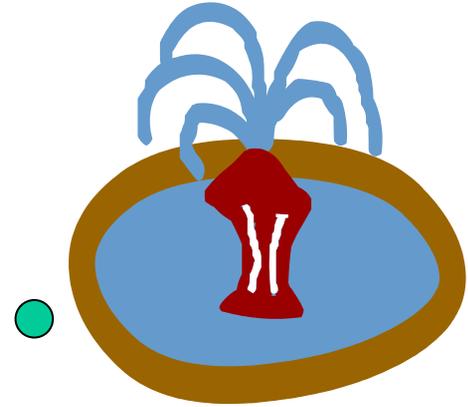
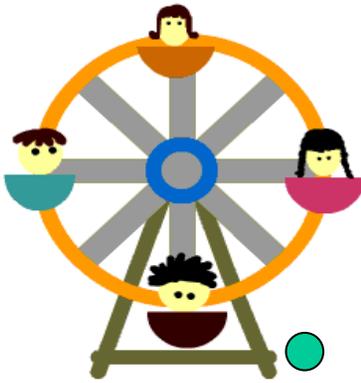
如右圖，小螞蟻想從C點出發，沿著斜邊P點回到B點，L為AB的垂直平分線，P在L上， $\overline{AC}=10$ ， $\overline{PB}=5$ ，求小螞蟻經過的距離=？



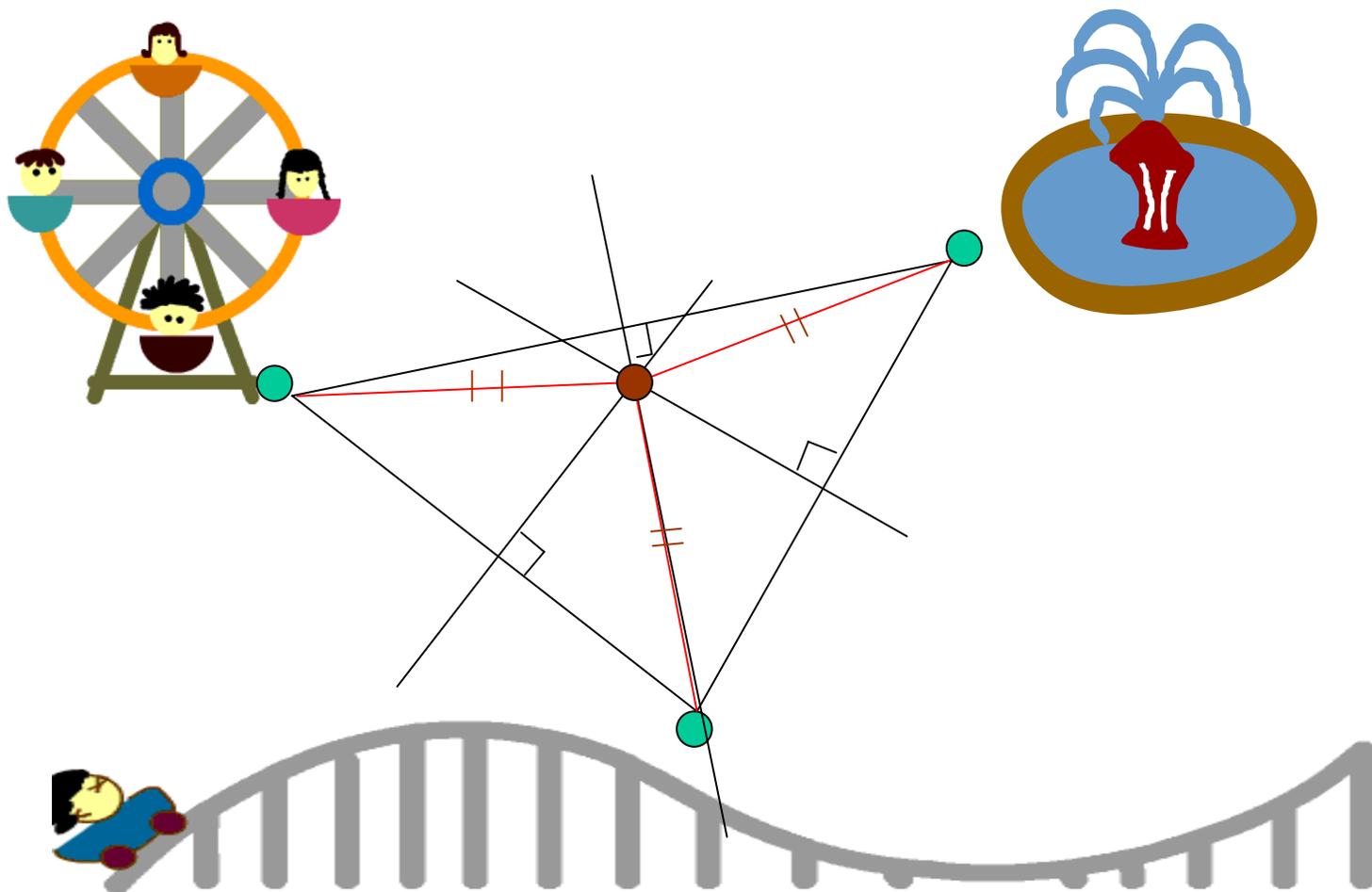
我一定行！

# 動動腦

魔幻世界想在與「摩天輪」與「噴水池」及「雲霄飛車」等距離的地方設置一個娛樂休閒中心，請問應設置在哪裡呢？



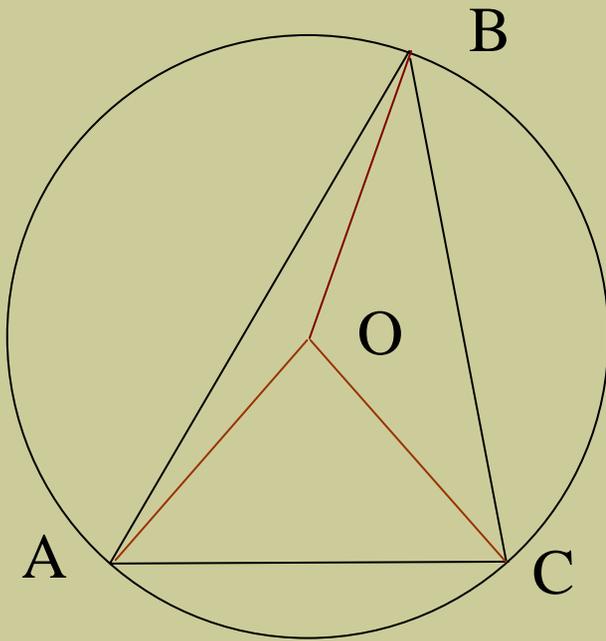
只要作出三地點間連線的中垂線，將娛樂休閒中心設置在其交點，便會與三個地點等距離了！



# 外心

三角形三邊中垂線的交點稱為外心

外心到三頂點等距離



$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

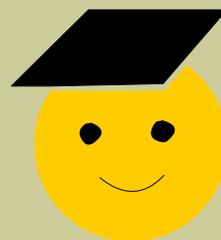
## 外心的位置

銳角三角形三邊中垂線的交點在三角形內部

直角三角形三邊中垂線的交點在斜邊中點

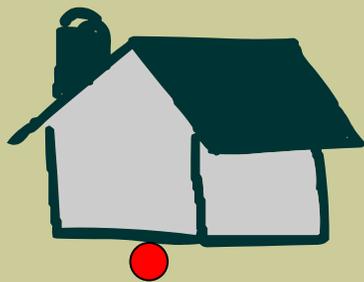
鈍角三角形三邊中垂線的交點在三角形外部

GSP範例連結



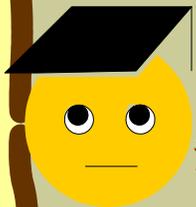
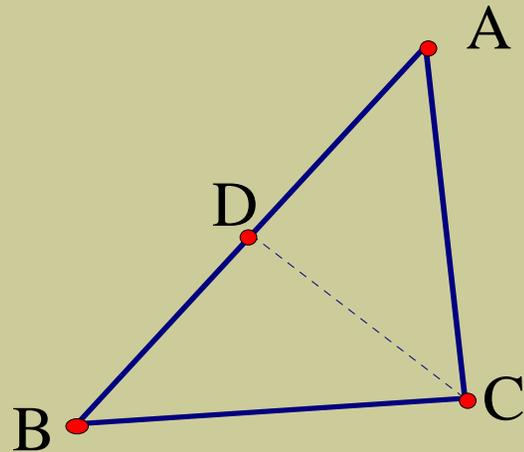
## 想想看

在這三戶人家間鑿一防空洞，希望這防空洞到三戶人家的距離相等，你覺得防空洞  的位置應該設在哪裡？



## 馬上動手

在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ，若  $D$  點是線段  $\overline{AB}$  的中點， $\overline{AB}=22$ ，則  $D$  到三頂點的距離和是多少？



我一定行！

# 三角形內其他的線

除了垂直平分線外，三角形內還有三個特殊性質的線

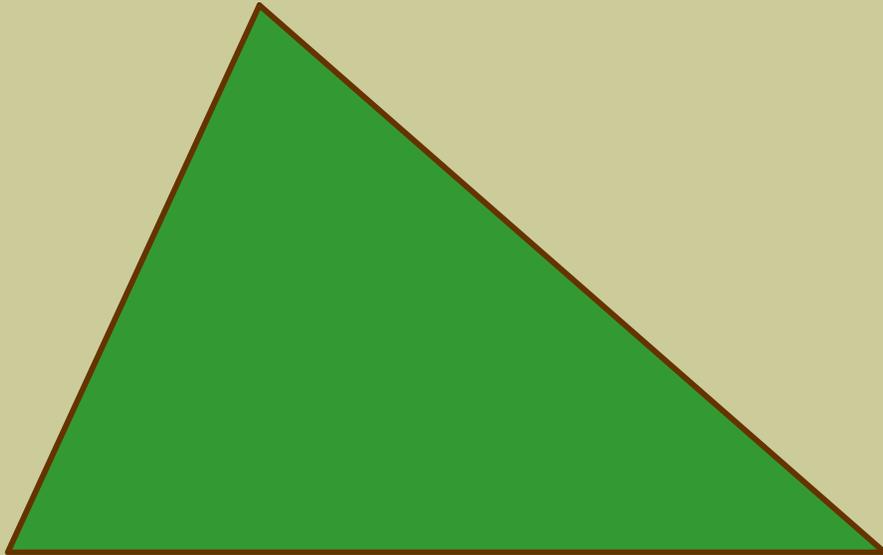
中線

內角平分線

兩邊中點連線

## 動動腦

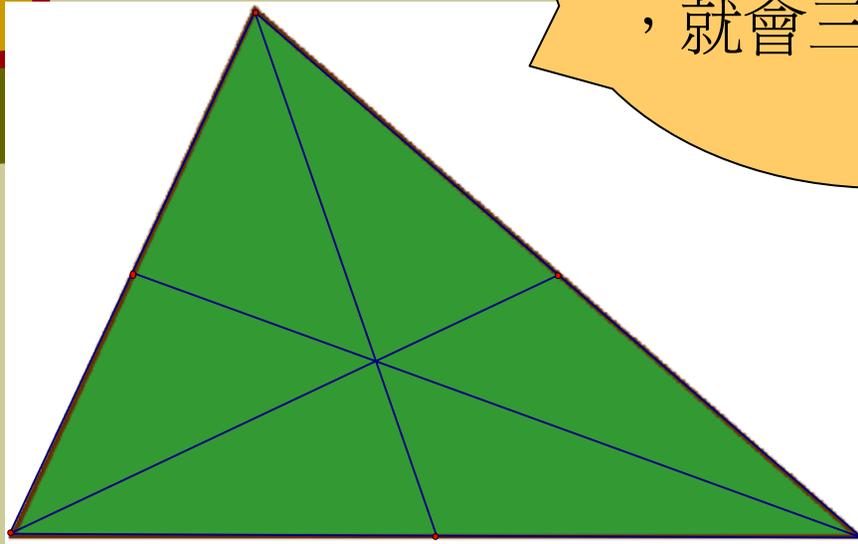
父親有一塊三角土地，想分給三個兒子，三兄弟爲了怎麼分才公平快吵翻天了，你幫他們想想辦法吧！



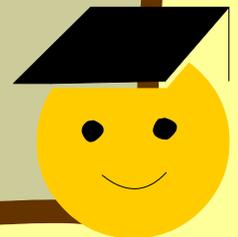
原來是這樣子的



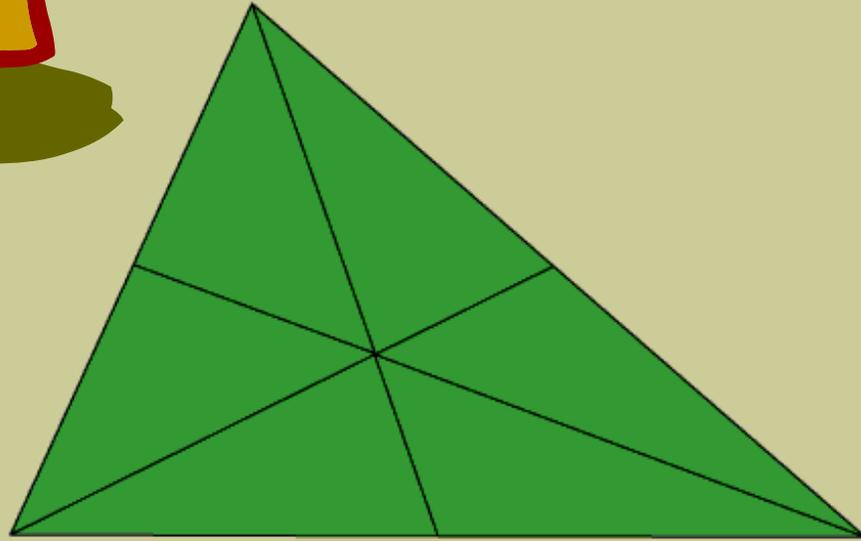
只要取三邊中點  
與對角連線的交點  
，就會三分土地喔



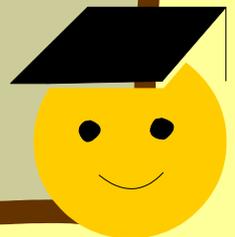
YA 我懂了！



原來是這樣子的



YA 我懂了！

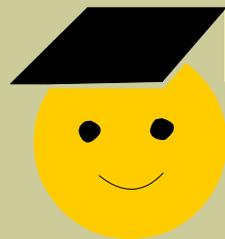


# 重心與中線

三角形三中線的交點稱為**重心**

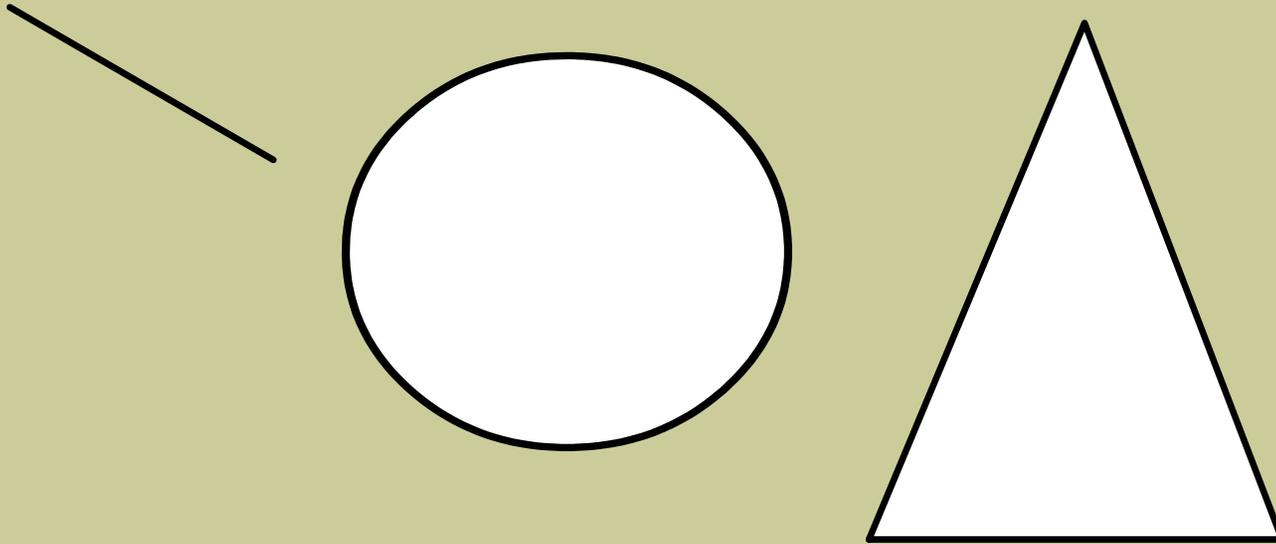
每一個物體都有一個重心，若頂住物體的重心時，物體便能平衡。

重心可以將三角形分成**三等分**



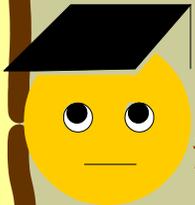
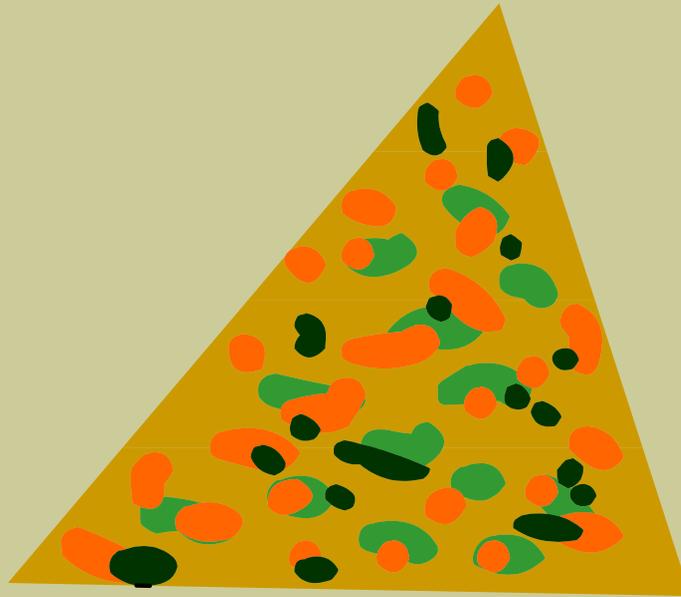
## 想想看

特技演員表演頂圓盤特技時，是頂在圓盤的圓心處，使得圓盤得以平衡。如果將圓盤改成三角形的盤子，那麼應該頂在哪裡才能維持平衡呢？



## 馬上動手

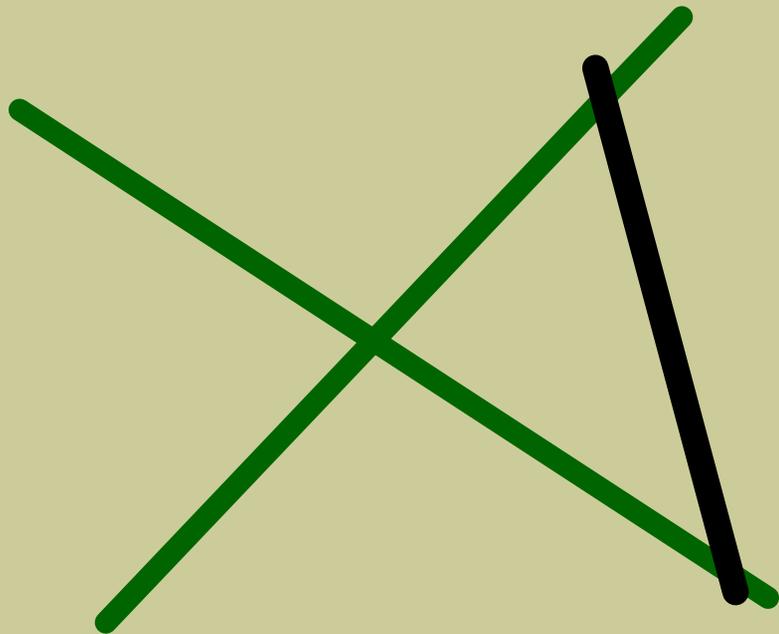
媽媽做了一塊特別的三角披薩，她要阿明切成三等分，  
如果是你，你會怎麼分？



我一定行！

## 動動腦

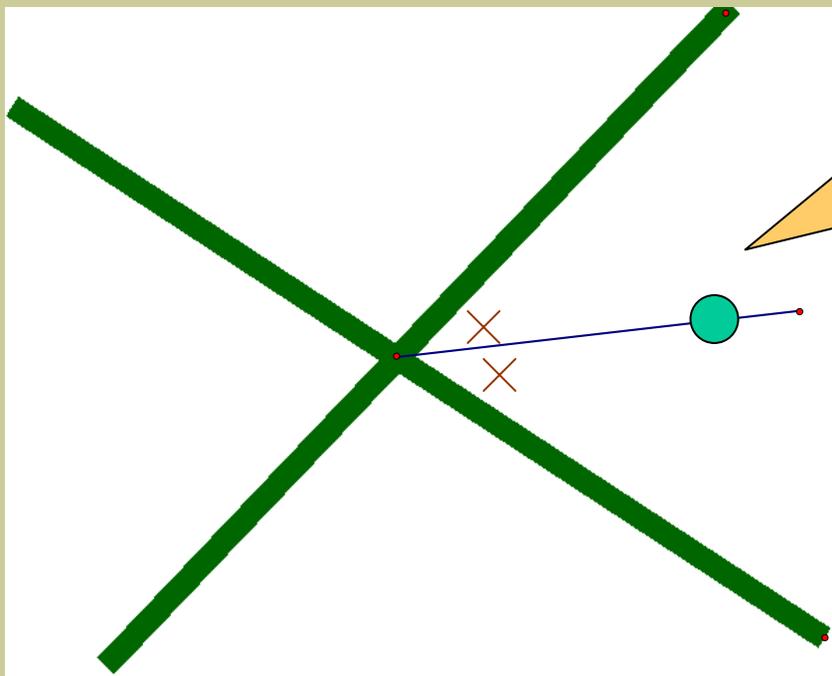
想在黑色公路上建立一個加油站，使得這個加油站到兩條綠色公路的垂直距離相等，加油站該建在哪裡呢？



??



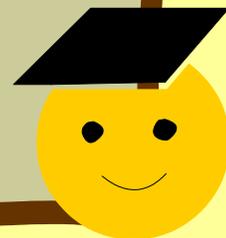
# 原來是這樣子的



在兩條綠色公路的分角線，取它與黑色公路的交點就對了

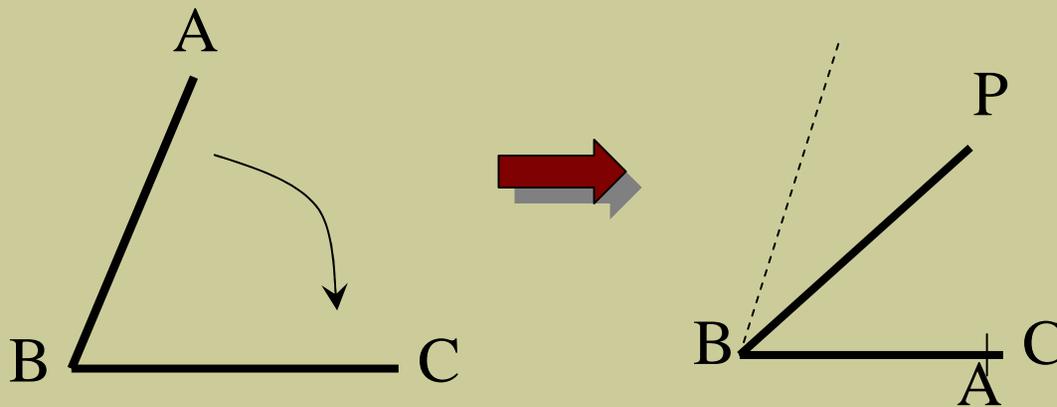


YA 我懂了！



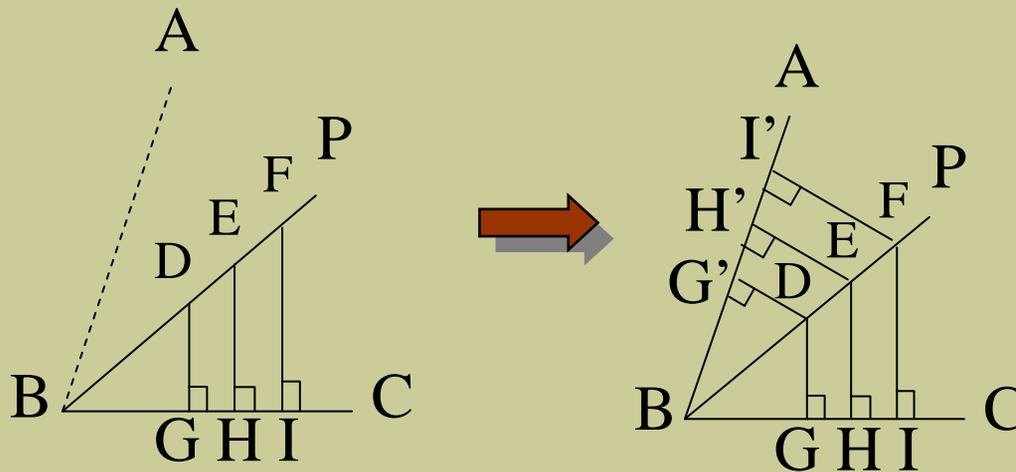
# 內角平分線

將  $\angle ABC$  對摺後， $\overline{AB}$  與  $\overline{BC}$  重疊，摺痕  $\overline{PB}$  稱爲  $\angle ABC$  的平分線或分角線，即  $\angle ABP = \angle PBC$

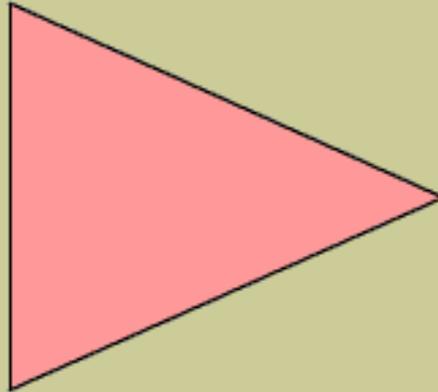


# 內角平分線的性質

在摺好的角裡面墊上複寫紙，在 $\overline{PB}$ 上任取三點D、E、F，再過D、E、F分別作 $\overline{BC}$ 的垂線，得 $\overline{DG}$ 、 $\overline{EH}$ 、 $\overline{FI}$ 會同時垂直 $\overline{BC}$ ，打開後會發現 $\overline{DG'}$ 、 $\overline{EH'}$ 、 $\overline{FI'}$ 也同時垂直 $\overline{BA}$ ，且 $DG = DG'$ 、 $EH = EH'$ 、 $FI = FI'$

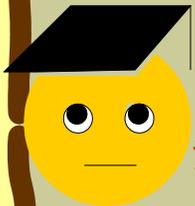
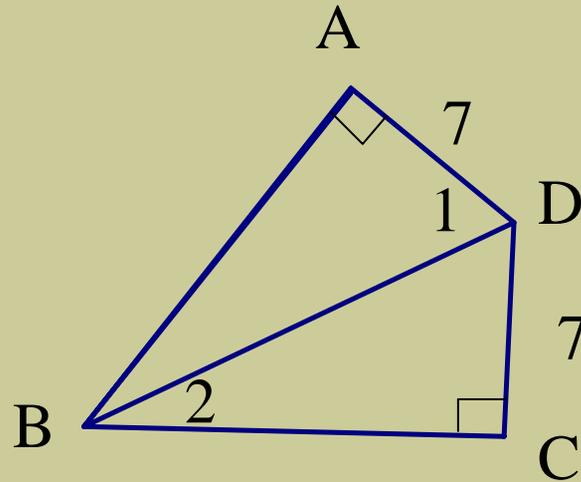


# 摺紙示範



# 馬上動手

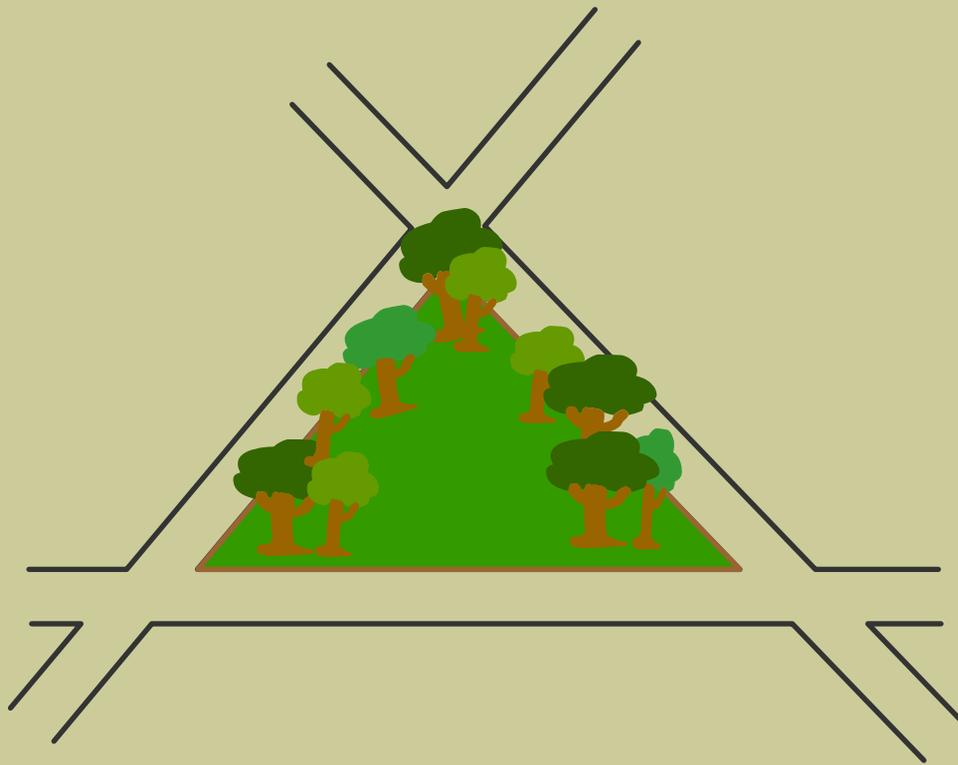
如右圖， $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ， $\angle 1 = 60^\circ$ ，則  $\angle 2 = ?$



我一定行！

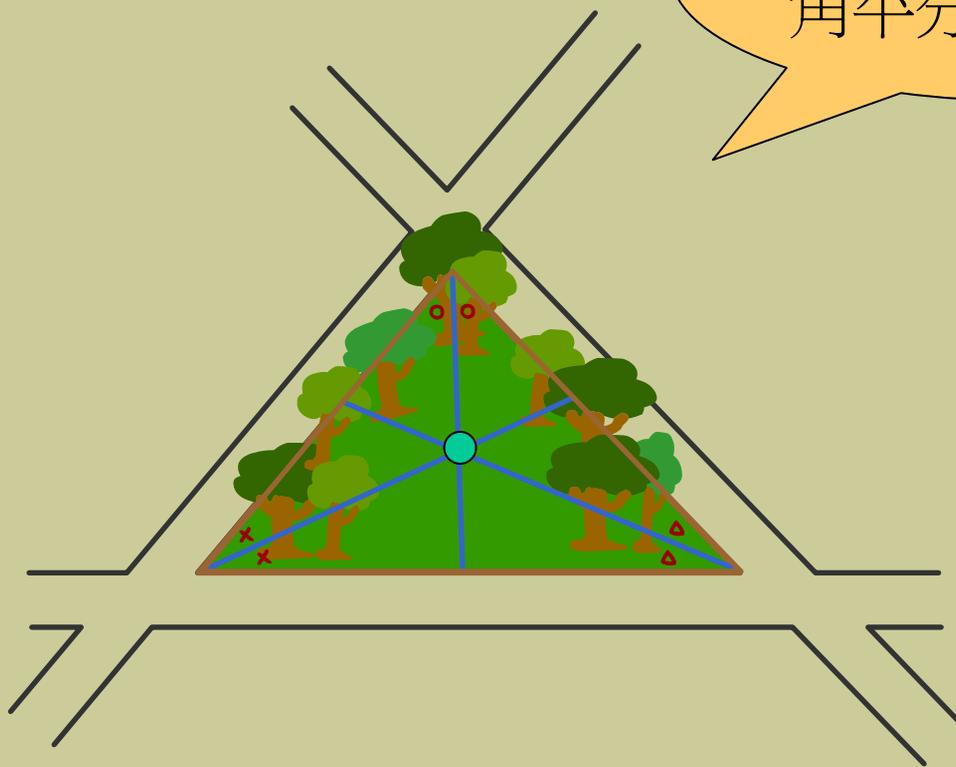
## 動動腦

台中市立圖書館旁一塊三角形的公園用地，管理處想在公園內建一座涼亭，爲了公平起見，希望涼亭到這三條主要道路的距離相等，該如何定出涼亭的位置呢？

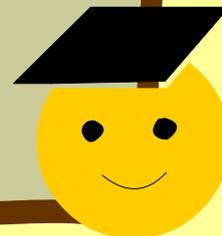


原來是這樣子的

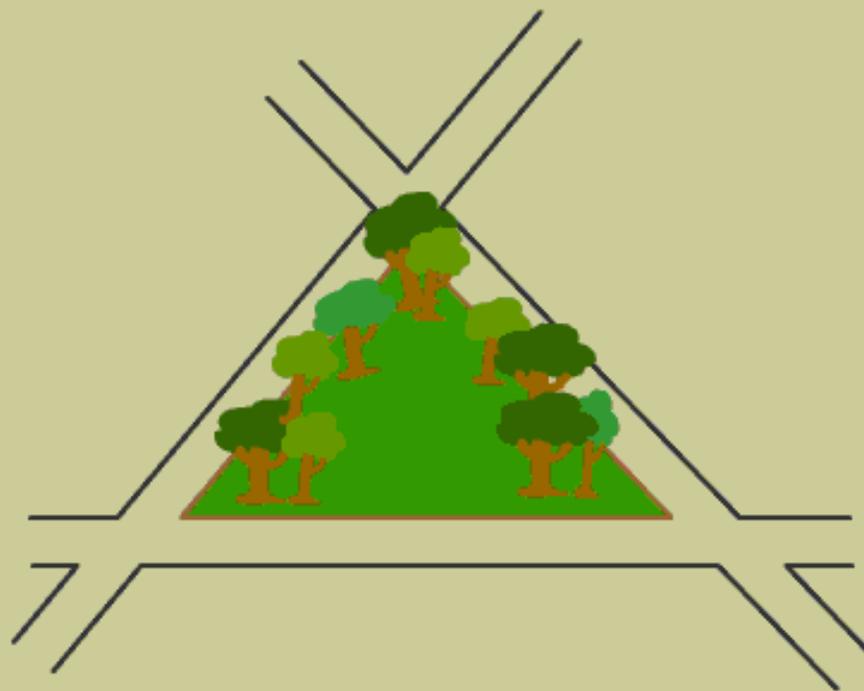
答對了，就是內角平分線的交點



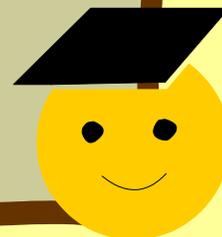
YA 我懂了！



原來是這樣子的



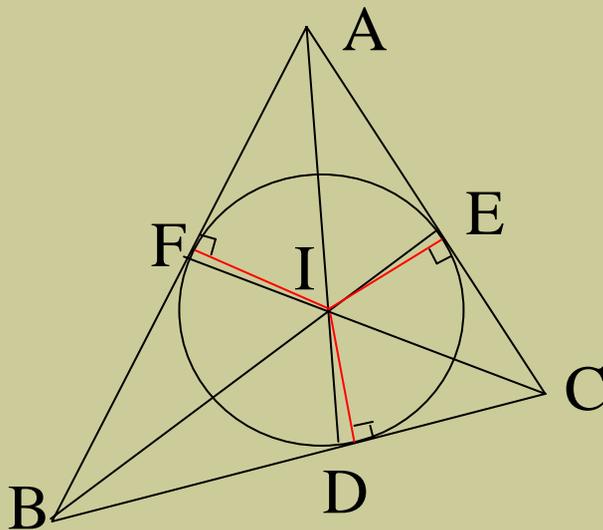
YA 我懂了！



# 內心

三角形三內角平分線的交點稱為內心

角平分線上任一點到兩邊的垂直距離相等。

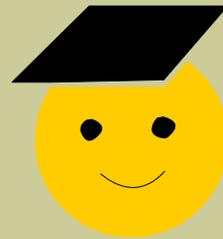


$$\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$$

# 內心

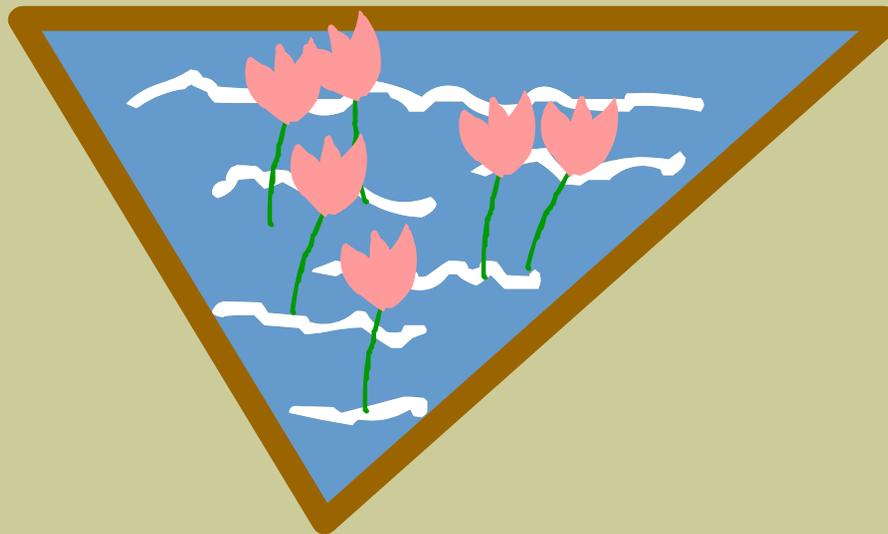
不論是銳角三角形，直角三角形或是鈍角三角形，三角形的三條內角平分線都會交於三角形內部一點

GSP範例連結



## 想想看

農夫規劃三角形的荷花池內設計一個圓形廣場，欲使廣場面積達到最大，試問此圓形廣場的圓心應在哪裡？

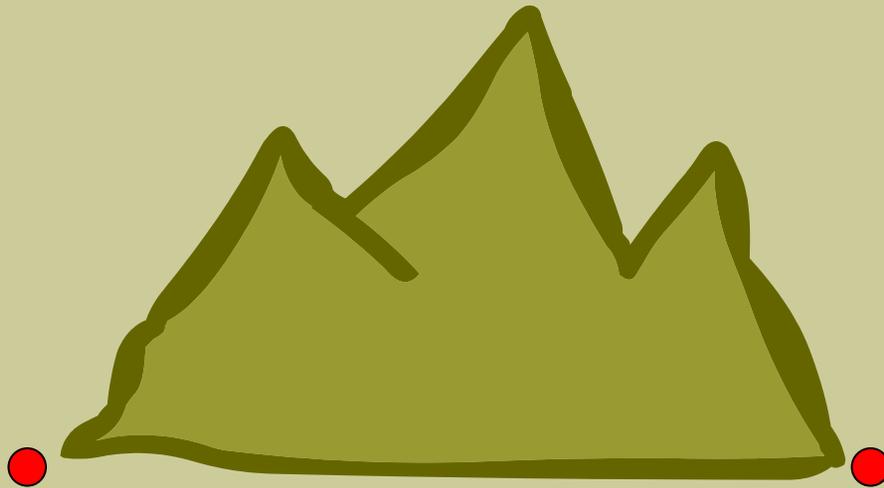


## 一二三木頭人

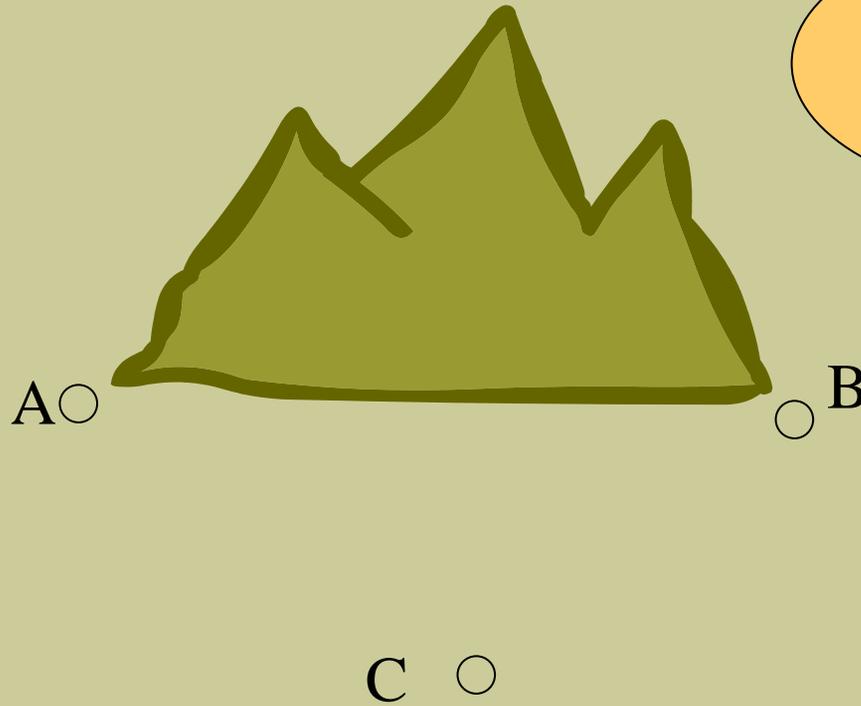
每三人一組，分別往不同的方向跑開，當老師說：「一二三木頭人」，便停止不動。三人在原定點作記號，將三定點連線成一個三角形，分別找出各自三角形的外心、內心、重心。

## 動動腦

市政府想要挖通隧道好讓高鐵列車以直線通過，  
你能不能計算出隧道的長度？

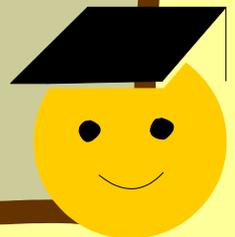


想到了嗎？



在山外取一點C，在C點可以同時看到A和B，並與A、B兩點連線，分別作AC與AB的中點D、E，連接DE線段，只要測量出線段DE的長度，就能知道隧道AB的長度了。

YA 我懂了！

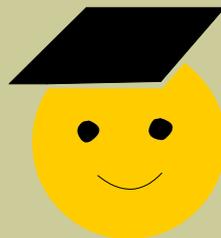


## 三角形兩邊中點連線

三角形兩邊中點的連線會平行第三邊

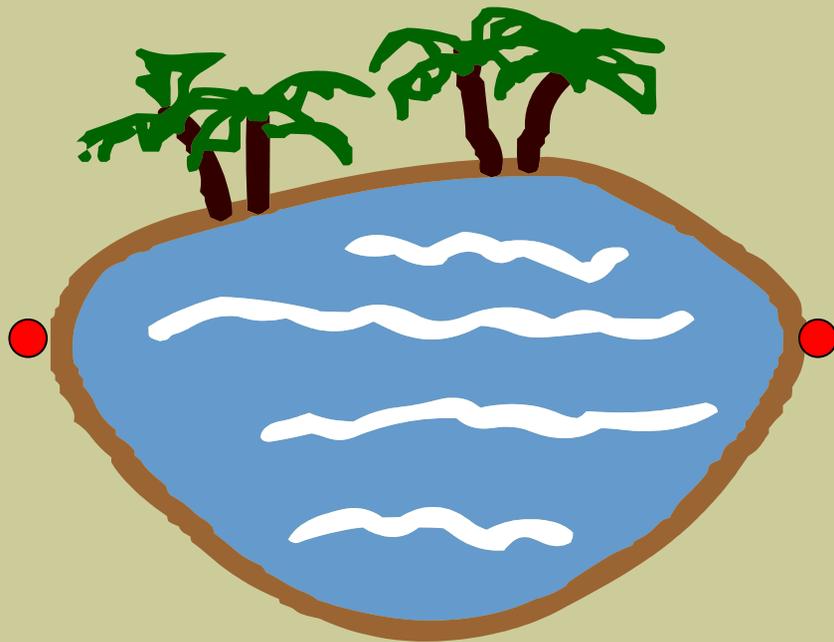
長度等於第三邊的一半

請按這裡



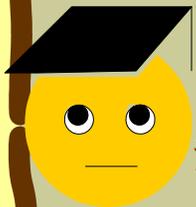
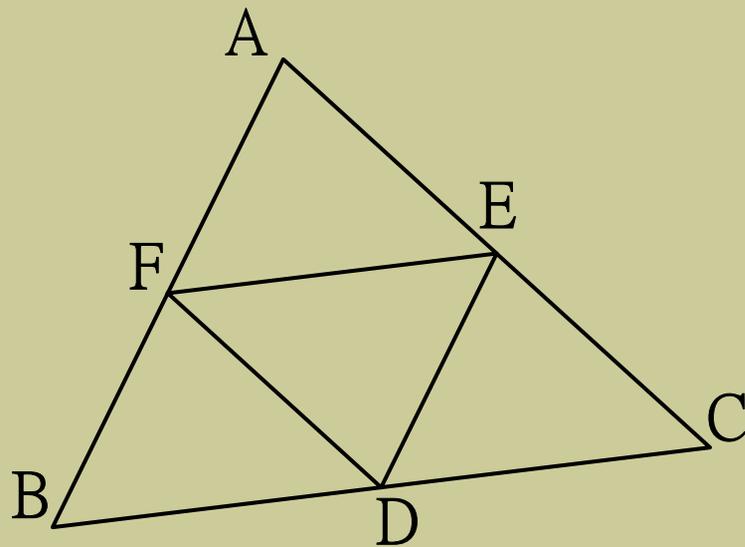
## 想想看

周星星與家人到都會公園踏青，經過池潭時，周星星想要知道潭的最大寬度，你可以幫周星星算算蓮池潭的寬度嗎？



## 馬上動手

已知三角形ABC的周長為24公分，而D、E、F分別是三邊中點，請問小三角形DEF周長為多少公分？



我一定行！